

# 水収支シミュレーションにおける透水量係数決定の一方法

## —— 反復計算法について ——

長瀬 和雄

神奈川県温泉地学研究所\*

A Method for the Calculation of Transmission Coefficient in a Simulation  
of Hydrologic Balance of the Groundwater

—— Repetition Calculation Method ——

by

Kazuo NAGASE

Hot Springs Research Institute of Kanagawa Prefecture  
Hakone, Kanagawa

(Abstract)

In a simulation of the hydrologic balance of groundwater, it is necessary to decide numerical values of transmission coefficient of all grids in the study area.

The values can be decided in the some grids where the aquifer tests had been done. In the other grids, it has been troublesome for hydrogeologists to decide them which satisfy to numerical modeling of the field. By the Repetition Calculation Method which is proposed in this paper, we can calculate them by using the water-head of each grid, which is reasonable and gratify for the numerical model.

Besides, by the application of this method, we can calculate the infiltration capacity of the rainwater, or the effective porosity of the aquifer.

---

\* 神奈川県箱根町湯本997 〒250-03

神奈川県温泉地学研究所報告 第12巻, 第2号, 43-50, 1980

はじめに

地下水の水収支シミュレーションにより、一つの地下水盆あるいは地下水系における水の動きを予測する場合最も重要で、困難な作業の一つは、その地域の透水量係数がどれほどの大きさを持ち、どのように分布するかを決定する問題である。従来、この作業は揚水試験により帯水層の水理定数を求め、地質の露頭調査やボーリング資料をもとに地質断面図を描き地下水盆の水文地質構造を明らかにする過程ですすめられた。水収支計算においては、地下水盆全域を格子に区分し、すべての格子ごとの透水量係数を必要とする。そこで、資料が不足している場合が生じたり、また幸にして資料が有っても、その数値が格子全体を代表していないこともある。そのため、その格子の透水量係数として推定値を使わざるを得ない場合も多く、それが原因で生じる水収支計算の誤差は、かなり大きな値となる。

この論文では、透水量係数が数値として与えられていない格子、あるいは得られていても、周辺の水理地質学的状況から、その値が不適当と思われる格子の透水量係数を、地下水の水位資料を用いて、求める方法（反復計算法）を提案する。地下水資料は、透水量係数に比べ比較的簡単に入手でき、また、たとえ資料がなくとも、地下水面等高線図などを描いて推定することが容易である。

反復計算法による透水量係数の計算の原理

被圧帯水層系の水収支をあらわす基本式は平面二次元の場合

$$-\frac{\partial}{\partial x}(T_{xx} \cdot \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_{yy} \cdot \frac{\partial h}{\partial y}) = S \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + W(i, j, t) \quad (1)$$

のようにあらわされる。ここで $T_{xx}, T_{yy}$  は、それぞれ  $x$  方向、 $y$  方向の透水量係数、 $S$  は貯留係数、 $h$  は地下水頭、 $W$  は帯水層に直交する方向の水の出入量、 $(i, j)$  は格子の座標である。

ADI法を用いると、式(1)から、ある一つの時刻  $k$  期の地下水頭  $h_0(i, j)$  を既知数とし、 $\Delta t$  時間経過後の水頭  $h_1(i, j)$  を求める場合、まず最初の時刻  $1/2 \cdot \Delta t$  まで、 $x$  方向に陰解式をもちいて差分近似し、 $y$  方向に陽解式を適用して方程式を解く。次にここで得られた  $1/2 \cdot \Delta t$  時間後の水頭を既知数とし、さらに  $1/2 \cdot \Delta t$  時間後、つまり、いま求めようとする、初めから  $\Delta t$  時間経過後の水頭  $h_1(i, j)$  を  $x$  方向に陽解式を、 $y$  方向に陰解式を適用して求める。

方程式

$$\begin{aligned} & TY(i-\frac{1}{2}, j) \times \left\{ h_1(i-1, j) - h_1(i, j) \right\} \\ & + TY(i+\frac{1}{2}, j) \times \left\{ h_1(i+1, j) - h_1(i, j) \right\} \\ & + TX(i, j-\frac{1}{2}) \times \left\{ h_{\frac{1}{2}}(i, j-1) - h_{\frac{1}{2}}(i, j) \right\} \\ & + TX(i, j+\frac{1}{2}) \times \left\{ h_{\frac{1}{2}}(i, j+1) - h_{\frac{1}{2}}(i, j) \right\} \\ & = S \times \frac{\left\{ h(i, j) - h_{\frac{1}{2}}(i, j) \right\}}{\frac{\Delta t}{2}} \times \Delta x^2 + W(i, j, t) \end{aligned} \quad (2)$$

は、初めから  $1/2 \cdot \Delta t$  時間経過したときの地下水頭  $h_{1/2}(i, j)$  を既知数とし、 $X$  方向に陽解式、 $y$  方向に陰解式を用いてさらに  $1/2 \cdot \Delta t$  時間、つまり、初めから  $\Delta t$  時間経過後の地下水頭  $h_1(i, j)$  を求める式である。

このように、各格子について、初めの水位  $h_0(i, j)$ 、透水量係数  $TX(i, j)$ 、 $TY(i, j)$ 、貯留係数  $S(i, j)$ 、垂直方向の地下水の出入の量  $W(i, j)$  が与えられれば  $\Delta t$  時間経過後の水頭  $h_1(i, j)$  を計算することができる。

さて、いま一つの地下水系あるいは地下水盆をモデル化し、水収支のシミュレーション、あるいは地下水の流動機構の解明を行う場合を考える。あるいくつかの格子の透水量係数が得られない代わりに、地下水系全域にわたって、 $\Delta t$  時間経過後の地下水頭が観測値で与えられ、既知である場合を想定する。その値を  $H_1(i, j)$  とする。透水量係数の不明な格子に、予想される適当な数値を代

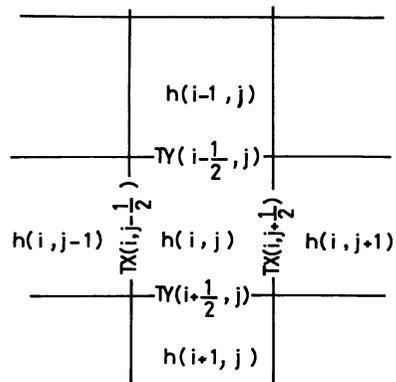


図1 各格子の地下水頭と透水量係数  
 $h(i, j)$ ; 地下水頭,  $TX(i, j)$ ; 東西方向透水量係数  
 $TY(i, j)$ ; 南北方向透水量係数

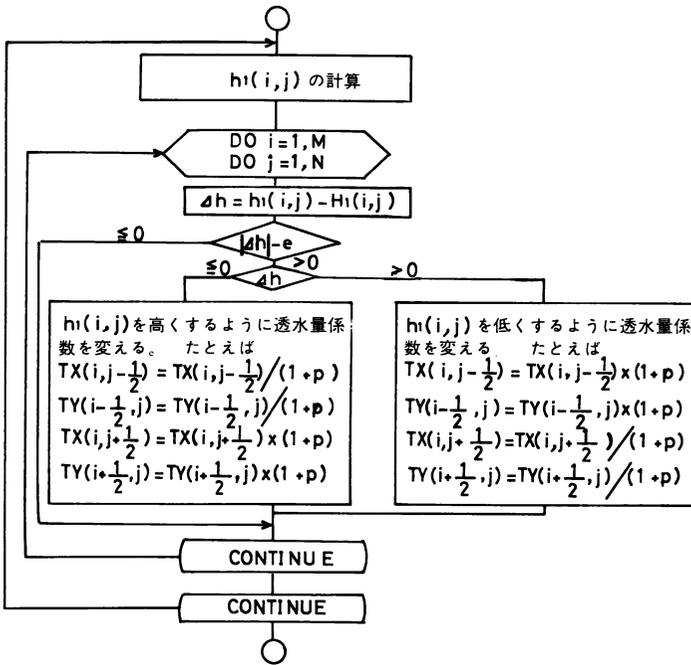


図2 透水量係数を計算するフロー・チャート

$h_1(i,j)$ ; 地下水頭の計算値、 $H_1(i,j)$ ; 地下水頭の観測値  
 $e$ ; 誤差、 $P$ ; 透水量係数を変化させる幅、%

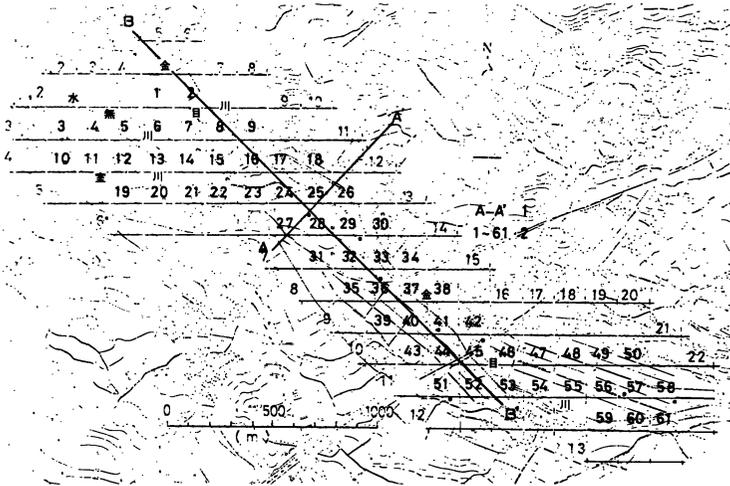


図3 水収支モデル化地域

A-A', B-B'; 地質断面線

入し計算を行う。このとき得られた時間 $\Delta t$  経過後の各格子の地下水頭の計算値を $h_1(i,j)$ とする。 $h_1(i,j)$ は $H_1(i,j)$ に必しも一致しない。いま、ある1つの格子 $(i,j)$ の水頭について、観測値より計算値の方が高い場合 $(h_1(i,j) > H_1(i,j))$ のとき、その格子 $(i,j)$ への流入量を減少させ、流出量を増加させるように可変の透水量係

数(適当な予想値を代入したところの透水量係数)を変化させる。

たとえば、 $TX(i,j+1/2)$ が既知数で、その他の透水量係数、 $TX(i,j-1/2)$ 、 $TY(i-1/2,j)$ 、 $TY(i+1/2,j)$ が可変の透水量係数であった場合を考える。隣り合う格子の水頭の計算値を比較して $h_1(i,j-1) > h_1(i,j)$ ならば $TX(i,j-1/2)$ をその値の $P\%$ 減少させる。同様に、 $h_1(i-1,j) > h_1(i,j)$ ならば $TY(i-1/2,j)$ を $P\%$ 減少させる。 $h_1(i+1,j) < h_1(i,j)$ ならば $TY(i+1/2,j)$ を $P\%$ 増加させる。

$TX(i,j+1/2)$ は既知数のため固定して変化させない。

このような計算をモデルの全格子についておこない、可変の透水量係数を変化させ、その値を使って再び $h_1(i,j)$ を計算する。この計算を $h_1(i,j)$ が、 $H_1(i,j)$ に誤差の範囲内で近づくまで繰り返す。そして計算値と観測値の差が誤差 $(\pm e)$ の範囲に入ったときの透水量係数 $TX(i,j)$ 、 $TY(i,j)$ をモデル化したときの透水量係数と決める。

図2は、この計算の方法の概略を示すフロー・チャートである。

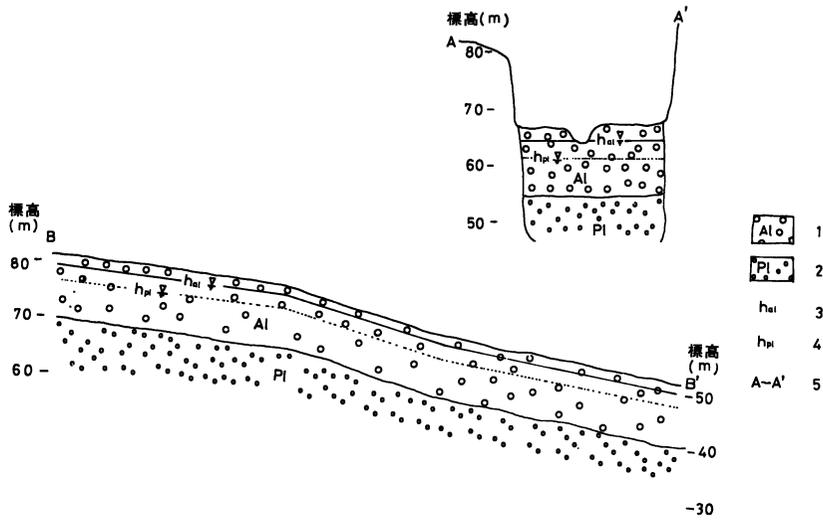


図4 地質モデルの断面

1; 沖積層, 2; 洪積層, 3; 沖積層の地下水の地下水面 4; 洪積層の地下水面、5; 地質断面線

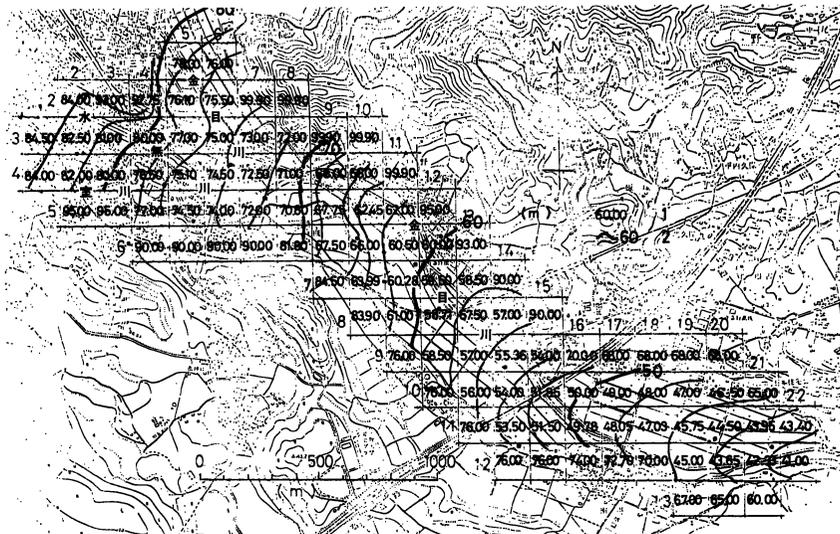


図5 地下水の水頭(初期値)

1; 各格子の地下水の水頭の代表値 2; 地下水頭等高線

**秦野盆地金目川流域下大槻付近の沖積層の透水量係数の計算例**

秦野盆地を流れる金目川は、盆地内の水無川、葛葉川、室川などの水を集めて、盆地南東部の下大槻付近から相模平野に流出する。下大槻付近には、左岸に第三系丹沢層群からなる弘法山が位置し、右岸には第四系で構成されている大磯丘陵が広がっている。ここを金目川は、巾

約700m、長さ3kmにわたり谷を形成し約10mの厚さの沖積層を堆積して、北西から南東へ流れている。

また、この付近は秦野盆地内の地下水が金目川へ湧出するところでもあり、水文地質学上、重要な位置となっている。

地下水の水収支、あるいは流動機構のシミュレーションは、最も基本的なモデルから計算を始め、次第にいろ

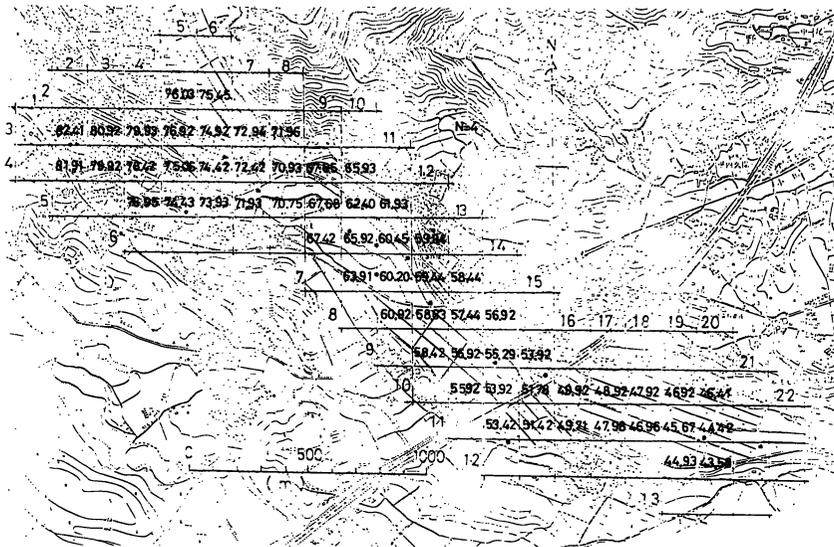


図6 第四日目の各格子の地下水の水頭(計算値)

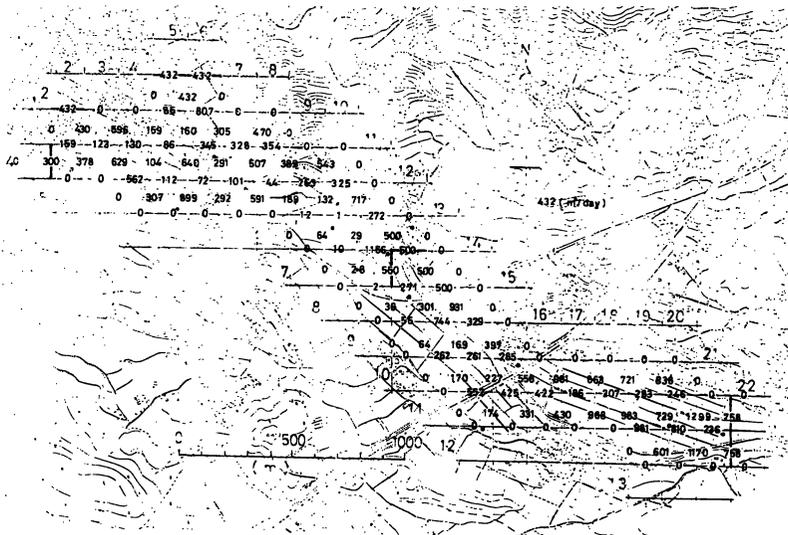


図7 透水量係数計算結果

いろいろの要素を加えてゆく手法が良い。そこで、最も単純化したモデルから計算を始めた。

地下水の流動機構を計算する地域を図3に示すように格子1から格子61までとした。格子の一边の長さは150mである。沖積層帯水層をモデル化し、厚さ10mの帯水層A<sub>l</sub>とする。(図4)。計算にあたっては帯水層A<sub>l</sub>の地下水は自由地下水なので、水位の低下に伴って帯水層の厚さが変わり、そのため透水量係数が変わるようにプログラムする。沖積層の下位の洪積層をP<sub>l</sub>としP<sub>l</sub>の地下水は、必しもA<sub>l</sub>の地下水とは関係なく変化する

ものとした。今回の計算においては、1日に2cmの割合で水位低下するようプログラムした。そのため一つの格子でA<sub>l</sub>の地下水頭とP<sub>l</sub>の地下水頭に差が生じた場合、その水頭の差に応じた地下水の流れが、A<sub>l</sub>層とP<sub>l</sub>層の間に生じることになる。今回の計算において、その透水係数は周囲の透水係数の平均値に定数kを乗じた値とした。この定数kはトリチウム濃度などの測定値を考慮して今後決める予定である。今回の計算においては、可能なかぎり、帯水層A<sub>l</sub>の中だけの水の動きで計算が成り立つよう、計算で取り得る最も小さな値とした。A<sub>l</sub>

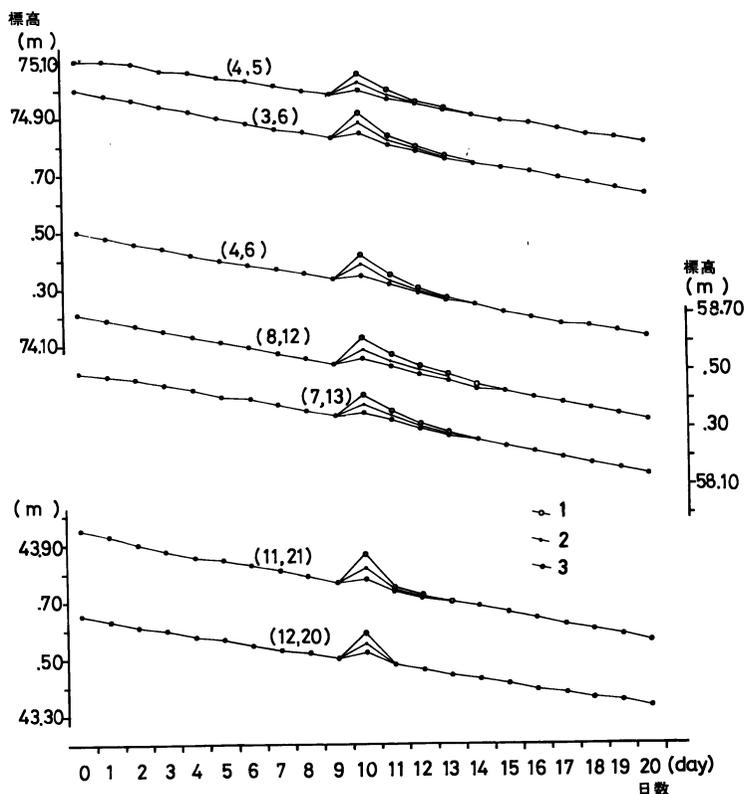


図8 代表的な格子の地下水の水位変化(20日間)

(4, 5), (3, 6), (4, 6), (4, 6); 上流地域 (8, 12), (7, 13); 中流地域, (11, 21), (12, 20)  
; 下流地域 1; 降水量30mm, 2; 降水量20mm, 3; 降水量10mm

層と河川などの地表水との出入りについても同様に扱った。また、計算にあたってA層の有効空隙率をすべての格子にわたって20%とした。A層の地下水頭の初期値を図5のとおりとし、各格子において、観測値をもとにして1日後に水頭は約2cm低下した値を既知数として与えた。

帯水層A層の透水量係数は、水理定数の豊富な格子、TX(7, 11 + 1/2)とTY(7, 1/2, 12)を既知数とし、それぞれ550m/日、500m/日を与えた。また、このモデルへの流入量を決定する格子、およびモデルからの流出量を決める格子の透水量係数を既知数として与え、それぞれ

TY(2, 1/2, 5)=432m/日、TY(2, 1/2, 6)=432m/日、  
TX(4, 1 + 1/2)=300m/日、TX(11, 21 + 1/2)=758m/日、  
TX(12, 21 + 1/2)=758m/日とした。

上記以外の格子は透水量係数が不明確として、適当な数値を代入した。本来、水理地質学的判断に従って、もっと多くの格子の透水量係数を固定すべきであるが、今回の報告では目的を反復計算法の紹介に置いたため、そ

の数を少なくした。なお、格子(5, 10)には、A層から揚水している井戸があり、日量1500m<sup>3</sup>の取水を行っている。

以上の値を、水収支方程式に代入し、1日後の各格子の水頭 $h_1(i, j)$ を計算し、それが既知数で与えた観測値 $H_1(i, j)$ に各格子とも誤差の範囲内、つまりその差が±1mmに近づくまで、透水量係数をその値の2%ずつ増減させ、その値を使って反復計算をした。このようにして計算された透水量係数を図6に示す。

反復計算のテクニックは降水の浸透率の計算や、その浸透率が既知数であれば有効空隙率の計算などにも使用することができる。

降水の浸透率の計算は、降水量とそれによって上昇した各格子の地下水頭を既知数として与える。浸透率に適当な値を入れておき、前述同様、計算される水頭が既知数として与えた水頭に誤差の範囲内に近づくまで、浸透率を増減させて反復計算する。図7は、この方法で求めた各格子の浸透率である。

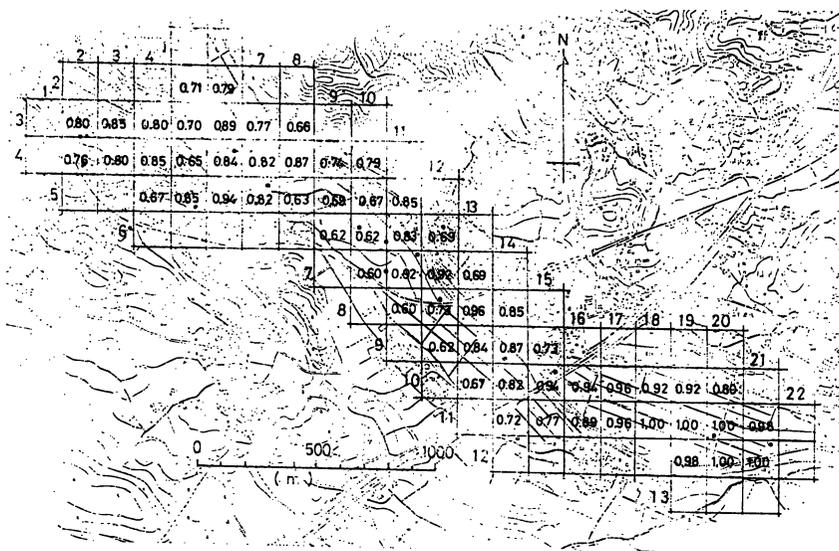


図9 降水の浸透率の計算結果

さて、以上の方法で求められた透水量係数や降雨の浸透率を使って、15日間の水頭の変化、地下水の流動の状況を計算した。なお、10日目に30mm/日、20mm/日、10mm/日の降雨があったものとした。

図8は、上流、中流、下流の代表的な格子の20日間の地下水の水頭の変化を示した。また、図6と図10には、第4日目の、各格子の水頭の計算結果、それぞれ隣接する格子間の地下水の流入量、流出量、および、この地層と上部の地表、下部の被圧帯水層との間の水の出入を例として示した。各格子について、水平方向と垂直方向の水の流量の収支を計算すると、各格子とも流出量が流入量より約70 $\text{m}^3$ /日ほど多くなる。この量は、各格子の水頭が1日に2cmほど低下することによって補われている。

このように、全格子にわたって、地下水頭が1日に約2cmづつ低下し、30mm/日の降雨で8cm、20mm/日の降雨で約5cm、10mmの降雨で約2cmほど水頭が上昇する様な、定常状態のモデルを得ることができた。

#### おわりに

地下水の水収支計算や流動機構の解明のために、シミュレーションの手法がしばしば用いられる。しかし、調査地域をモデル化し、それに適切な水理定数を与えることは、従来非常に困難な問題であった。特に透水量係数の決定は難しい作業とされていた。

この報告で、それを解決する手段として、反復計算法を提案した。この手法を用いることにより、モデルに矛盾のない水理定数を与えることができる。今回の報告では、記述を反復計算法を用いた透水量係数の計算に重点

をおき、降水の地下への浸透率の計算をも示した。しかし、さらに、この手法を用いることにより、有効空隙率など他の水理定数の決定も可能である。この方法を用いることにより、一つの調査地域を、従来のシミュレーションより正確に、そして詳細にモデル化することができる。

このことにより、細かい地下水の流動機構の解明が可能となり、水資源の有効利用や、土木工事の場合の地下水の把握に役立つ。

今回ここに例をあげた下大槻付近の地下水流動機構解明のためのモデル化は、反復計算法を説明するため可能なかぎり、単純化し、機械的におこなった。また、方法の妥当性を説明するため、出来得るかぎり多くの格子の透水量係数を固定しなかった。以上の理由で、計算結果の数値は、今後の計算で変わる可能性が大きい。今後さらにモデルを現実に近いものにするために、格子ごとの沖積層の厚さや、その有効空隙率を入力し、更新統帯水層の地下水頭の変化を考慮したり、トリチウム濃度の測定結果から更新統帯水層と沖積層および沖積層帯水層と地表水の間の水の出入り等の検討を行ったりして、この計算を進める予定である。

今回の地下水計算は神奈川県企画部電算システム課のコンピューターを使用した。計算にあたり、電算課の方々のご協力を得た。ここに厚く感謝の意を表す。

なお、この研究は秦野市からの地下水調査依頼費と神奈川県温泉地学研究所温泉等研究調査費によった。便宜をはかってくださった栗原藤次秦野市長、および大木靖衛温泉地学研究所長に感謝の意を表す。

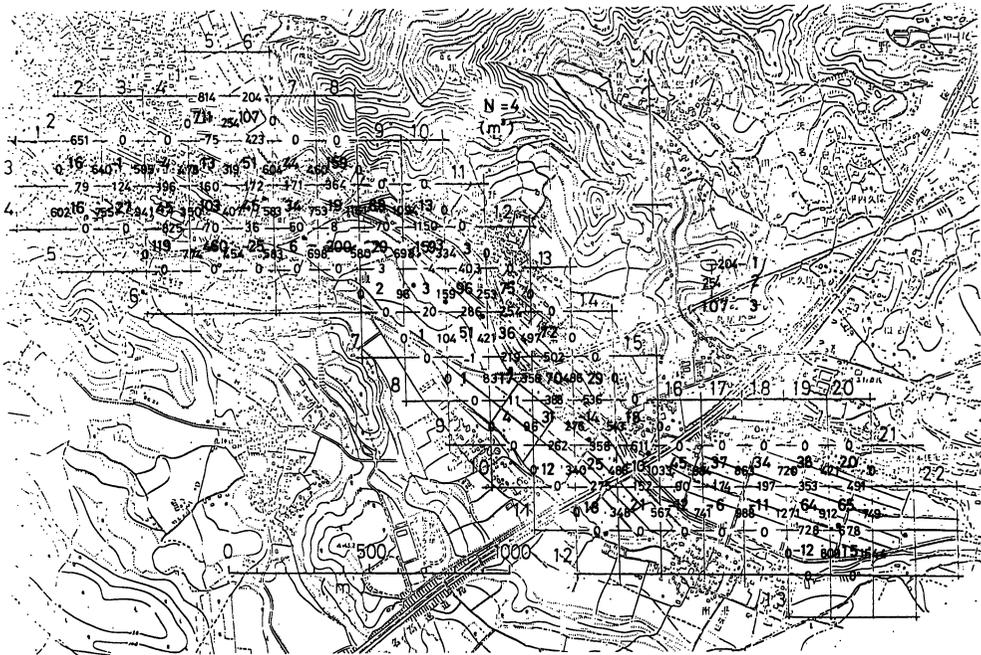


図10 第4日目の各格子の水平方向・垂直方向の地下水の流量

- 1; 水平(南北方向)の流量、北から南がプラス。
- 2; 水平(東西方向)の流量、西から東がプラス。
- 3; 垂直方向の流量、沖積層から流出がプラス。

#### 参考文献

- Freeze, R. A. (1971) Three-dimensional, transient, saturated-unsaturated flow in a groundwater basin, *Water Resour. Res.*, vol. 7, no. 2, 347-366.
- 水収支研究グループ (1976) 地下水盆の管理、東海大学出版会
- 長瀬和雄 (1980) 秦野盆地金目川流域、下大槻付近の地下水の流動機構のシミュレーションについて、日本地下水学会秋季講演会講演要旨、10-13.
- 新藤静夫 (1975) 常総台地の地下水、東洋大学工学部昭和50年研究報告 53-71.