

## 有限要素法による地温分布の解析 (I)

杉山茂夫、大木靖衛

神奈川県温泉地学研究所\*

Finite Element Analysis of Temperature Distribution (I)

by

Shigeo SUGIYAMA and Yasue OKI

Hot Springs Research Institute of Kanagawa Prefecture  
Hakone, Kanagawa

(Abstract)

In high temperature (20°C~90°C at 50cm deep) area surrounding steam vent, heat is horizontally transported by conduction. Taking two dimensional heat conduction model, numerical analysis for temperature distribution was calculated by finite element method.

Partial addition of elements and nodes provides smooth isotherms and temperature distribution. The calculated value is good agreement with observed temperature around steam vent.

---

\* 神奈川県足柄下郡箱根町湯本997 〒250-03  
神奈川県温泉地学研究所報告 第17巻, 第5号, 61-70, 1986

はじめに

有限要素法は構造物に加重をかけたときの変形、歪み分布、応力分布を計算したり、物体内部の温度分布を計算するための有力な手法である。その代わり必要な演算回数は非常に多く、広大な記憶場所を必要とするため以前は有限要素法の計算には大型コンピュータが必要であったが、近年コンピュータの著しい進歩によりパーソナルコンピュータでも計算できるようになった。その結果、BASICによる有限要素法の解説書が数多く出版された（例えば 戸川 1982,1983 小貫ら 1983）。

箱根大涌谷では噴気活動の状況を調査するため、昭和53年から深度50cmの地中温度を測定している（小鷹ら 1979～1981 杉山ら 1982～1985）。ここでは噴気地帯の地温分布と良く合う単純なモデルを設定し、有限要素法による解析を試みた。

### モデルの設定と基礎方程式

箱根の噴気地帯では、地温90℃以上の所は熱が地下から主に水蒸気によって運ばれてくる。地温20～90℃の所は主に熱伝導によるとみなしうる（小鷹ら 1980）。また、大涌谷の一部では斜面が谷側に引っ張られるので沢に平行な噴気キレツが生じている（小鷹ら 1979,1980）。

以上のことから、噴気キレツに沿って蒸気が上昇し、その熱が水平方向に伝達すると考えて、図1の2次元熱伝導モデルを設定した。図の左側は第1種の境界条件として20℃を保ち、右側の一部は同様に熱源として90℃を保つ。その他の境界では熱の出入りが無いとする。この条件で定常状態になる時の温度分布を計算する。

この場合の2次元熱伝導現象を支配する方程式は次のポアソン方程式である。

$$k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + Q = 0 \quad (1)$$

ここで、 $u$ は温度、 $k_x$ 、 $k_y$ は熱伝導係数、 $Q$ は熱の湧き出し又は呑み込みを示す。このモデルでは熱伝導係数は $x$ 、 $y$ の関数でなく、熱の湧き出し又は呑み込みもないとする。

$$k_x = k_y = 1 \quad (2)$$

$$Q = 0 \quad (3)$$

(2)、(3)より(1)は次のラプラスの方程式になる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (4)$$

近似解を $\bar{u}$ とし、 $R$ を残差とすると

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} = R \approx 0 \quad (5)$$

この残差を最小にする $\bar{u}$ を求めれば良い。その方法はいくつかあるが、ここでは、残差に各三角要素の補間関数を乗じ、それを全域にわたって積分し、その結果が0になる $\bar{u}$ を定めるというガラーキンの重みつき残差法により行う。多くの解説書で、数式の誘導の説明がなされているので、ここでは省略するが、最終的には基礎方程式として次の式がもとめられる。

$$\sum_{e=1}^E [K^{(e)}] \{U^{(e)}\} = \sum_{e=1}^E \{F^{(e)}\} \quad (6)$$

代表要素 ( $e$ ) について、 $K^{(e)}$ は要素剛性マトリックス、 $U^{(e)}$ は温度、 $F^{(e)}$ は要素外力ベクトルを示す。(6)式から連立一次方程式を作成して、これを解けば各節点の温度が求められる (小貫ら 1983)

### 三角要素の分割と等温線

パソコンでは配列に限度 (PC 8801の拡張配列数が約8000, PC 9801の配列数が約16000)があるので膨大な数になる要素分割はできない。そのためパソコンで扱える程度の基本モ

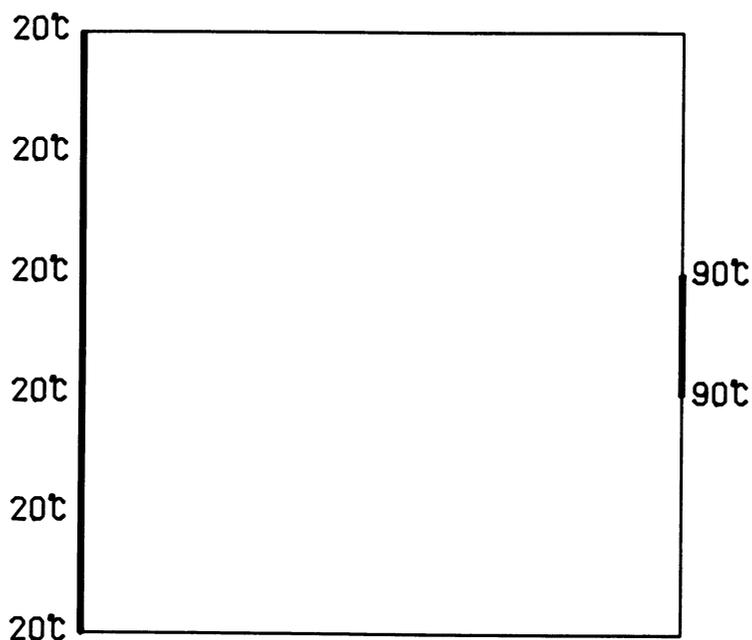


図1  
地温分布解析モデル

デルを図2.1に示す。このモデルは対象領域を要素数50、節点数36で分割したものである。図2.2は各節点の温度を計算した後、等温線で温度分布を示したものである。一般に、三角要素は正三角形が良いとされている。この場合は要素分割が粗いのと、要素形が非対称であるため等温線の非対称が目立つ。図2.3は水平方向に対する温度変化を示したものである。90℃に近づくに従い温度勾配が大きくなる。

図3.1は、図2.1より要素数、節点数を4倍にしたものである。これで使用する配列数は、現在市販されているパソコンの限度である。図3.2と図3.3に等温線と水平方向の温度変化を示す。等温線は上下ほぼ対称で、水平方向の温度変化も滑らかになる。

差分法に較べ、有限要素法の有利な点の一つに、各要素の大きさ、形を部分的に変えることが出来る。そのため、対象領域の一部を細かく解析することが可能である。図4.1は図3.1と三角要素の形が部分的に同じで、かつ全体の要素数が少なくなるように分割したものである。図4.2、図4.3に示すように図3.2、図3.3とほぼ同様の結果が得られた。

表1は要素分割別に水平方向の温度変化を示したものである。厳密にみると、多少の温度差が認められる。図5は図2.3に図4.3を破線で加えたものである。図4.3の温度変化が最も実態に近いと考えられる。

このように有限要素法を用いると、少ない配列数と短い演算時間で効率よくシミュレーションできる。

## 現地との比較検討

図6は箱根大涌谷冠頭部の深さ50cmの地温分布図である。この図をみると、90℃に近づく程度温度上昇の勾配が大きくなる傾向が認められる。図7は箱根硫黄山の流体の移動がないところでの噴気地点からの水平距離による温度変化を示したものである。ほぼ同様の傾向を示している。これらのことから噴気地帯では噴気孔に近づくに従い温度勾配が大きくなると言える。

表1 水平方向の温度変化

節点の横軸座標 要素数, 節点数	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
50, 36 (図2)	20℃	—	31.72℃	—	43.60℃	—	56.03℃	—	70.22℃	—	90℃
200, 121 (図3)	20	25.52	31.05	36.62	42.27	48.06	54.14	60.74	68.35	77.80	90
85, 57 (図4)	20	—	31.07	—	42.27	—	53.93	—	68.10	77.10	90

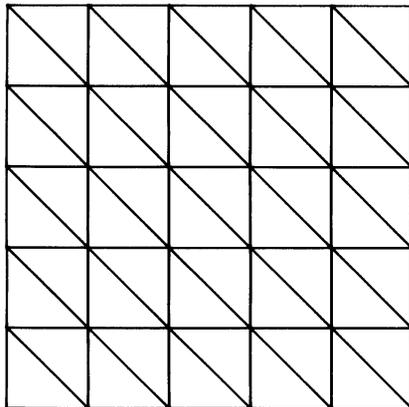


図 2.1 要素数50, 節点数36の分割

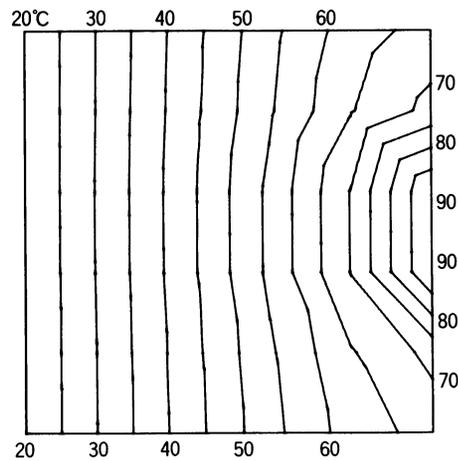


図 2.2 等温線

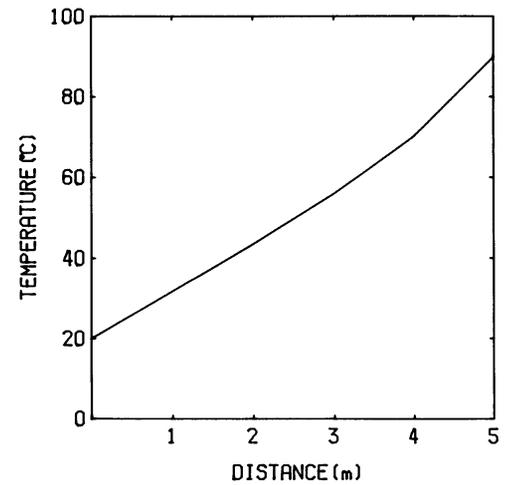


図 2.3 水平方向の温度変化

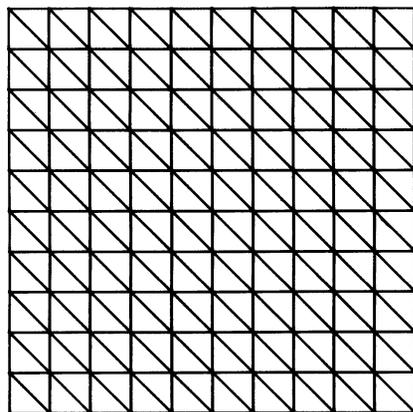


図 3.1 要素数200, 節点数121の分割

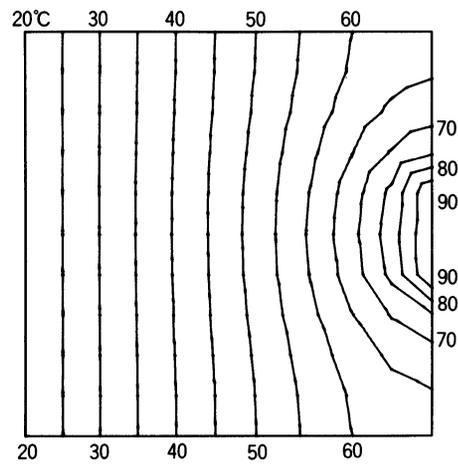


図 3.2 等温線

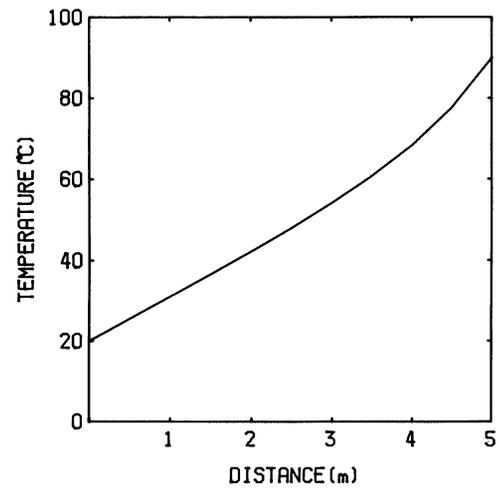


図 3.3 水平方向の温度変化

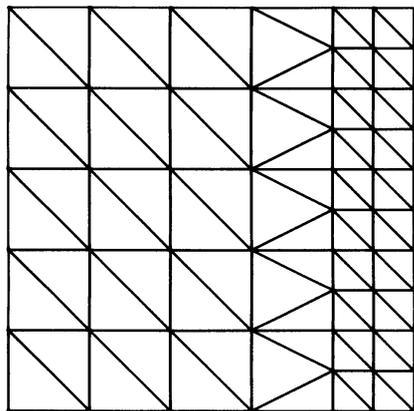


図 4.1 要素数85, 節点数57の分割

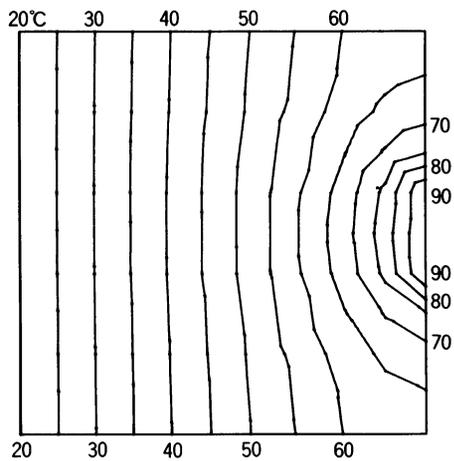


図 4.2 等温線

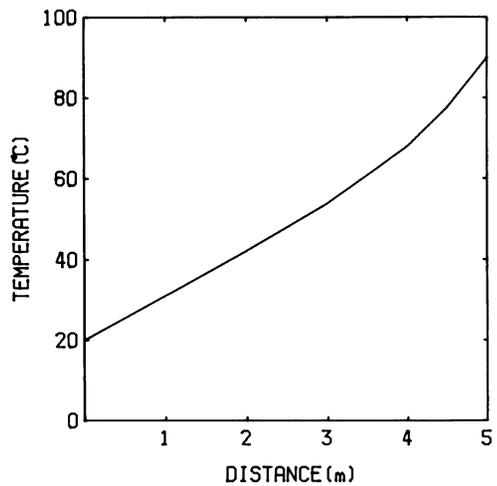


図 4.3 水平方向の温度変化

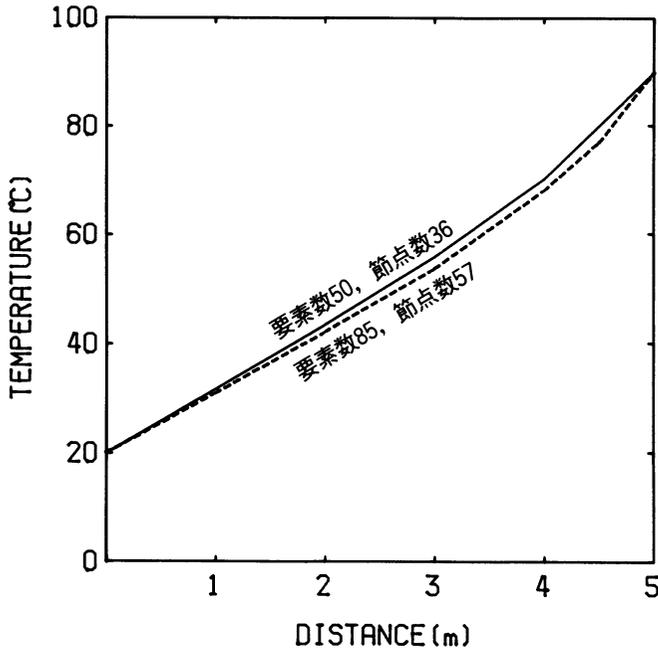


図5  
水平方向の温度変化の比較  
(実線 図2.3, 破線 図4.3)

図4.3で計算した温度を、図1の一辺を5mとして、図7に破線で記入した。その結果、硫黄山では図1のモデルを一辺5mで考えると実際と良く一致する。大涌谷でも流体の移動がない所では一辺5mのモデルで良いと考えられる。

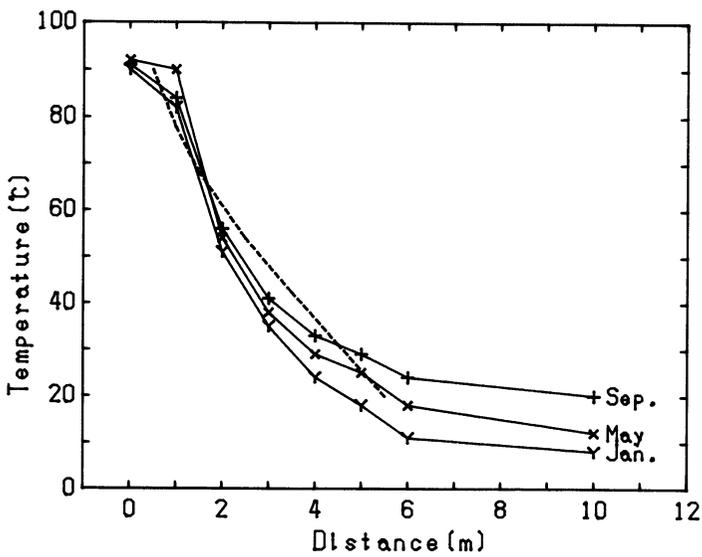


図7  
噴気点からの水平距離による温度変化  
(深度1m 硫黄山)(破線は図4.3による)

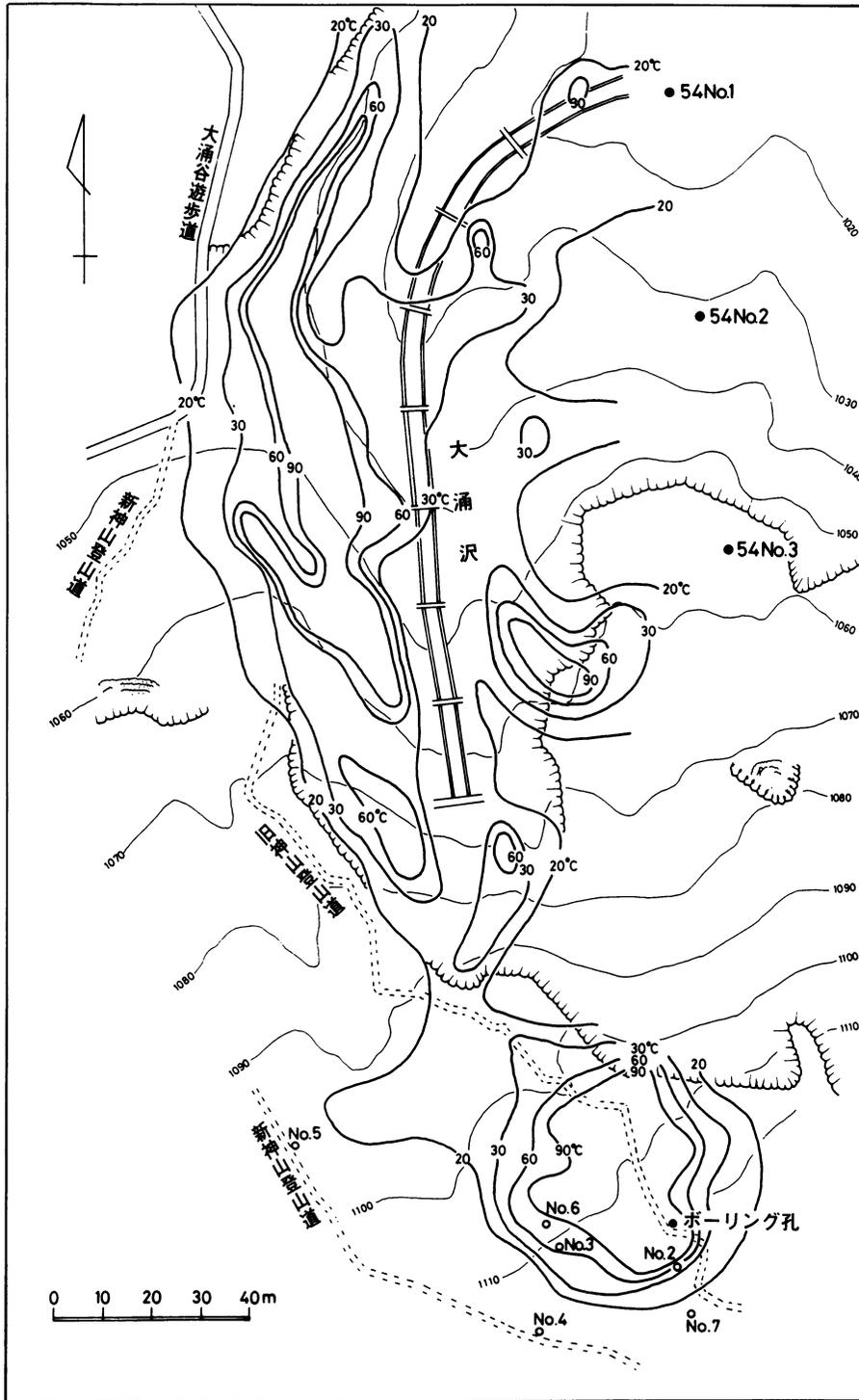


図6 箱根大涌谷冠頭部の地中温度分布図 (深度50cm) (昭和57年5月測定)

### 今後の検討

このモデルは垂直方向が一様である2次元熱伝導（ラプラス方程式）モデルであり、境界条件は90℃と20℃の部分で第1種とし、他の部分は断熱状態で計算している。

ボーリング調査で地下の温度が測定され、その温度が90℃以下の場合は、このモデルに地表からの熱の流出と地下の熱の湧き出しを付け加えたモデルで垂直方向（断面）の地温分布を求めることができる。今後はこのモデルを検討する予定である。

### 謝 辞

温泉地学研究所の平賀士郎研究部長、小鷹滋郎専門研究員には内容を検討して頂き、有益な助言を賜った。伊東 博主任研究員にはパソコンの演算速度の高速化について協力して頂いた。

以上の方々に厚くお礼申し上げます。

### 参考文献

- 小鷹滋郎, 大山正雄(1980)大涌谷地すべり対策調査（昭和54年度）神奈川温地研報告, Vol.11, No.6, 1-11
- 小鷹滋郎, 杉山茂夫, 大山正雄, 大木靖衛(1981)大涌谷地すべり対策調査（昭和55年度）神奈川温地研報告, Vol.12, No.7, 1-13
- 小貫 天, 根本佐久良雄(1983)パーソナルコンピュータによる有限要素法入門, オーム社
- 杉山茂夫, 小鷹滋郎, 大木靖衛(1982)大涌沢地すべり対策調査（昭和56年度）神奈川温地研報告, Vol.13, No.6, 1-14
- 杉山茂夫, 大木靖衛, 小鷹滋郎(1983)大涌沢地すべり対策調査（昭和57年度）神奈川温地研報告, Vol.14, No.6, 1-16
- 杉山茂夫, 小鷹滋郎, 大山正雄, 平野富雄, 栗屋 徹, 大木靖衛(1984)大涌沢地すべり対策調査（昭和58年度）神奈川温地研報告, Vol.15, No.6, 1-24
- 戸川隼人(1982)マイコンによる有限要素解析, 培風館
- 戸川隼人(1983)続マイコンによる有限要素解析, 培風館
- 矢川元基(1983)流れと熱伝導の有限要素法入門, 培風館